ETUDIP .com

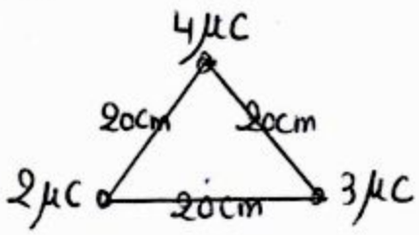
Exercice 1

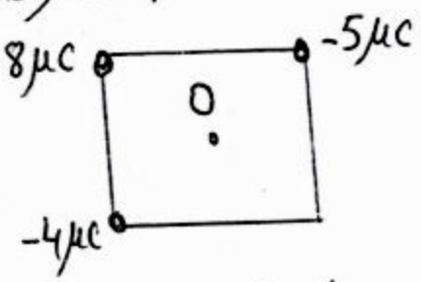
Deux charges $q_1 = q_2 = 2\,\mu C$ sont placées sur l'axe des y (q_1 est placée à $y = L$ et q_2 à $y = -L$). Calculer la force électrique exercée par ces 2 charges sur une charge q_3 de $3\,\mu C$ située sur l'axe des x à une distance $x = D$

Exercice 2

1/ Calculer la force subie par la charge de $4\,\mu C$ de la figure 1, dûe aux 2 autres charges

2/ Trois charges sont placées en trois des sommets d'un carré comme le montre la figure 2. Le côté du carré mesure 30 cm. Calculer le champ électrique $\vec{E}$ créé au quatrième sommet. Quelle serait la force exercée sur une charge de $6\,\mu C$ placée au sommet inoccupé.





Exercice 3

Soit un fil rectiligne très long ayant une densité de charge linéique λ. Déterminer l'intensité du champ électrostatique $\vec{E}$ créé par ce fil en un point P situé à une distance x beaucoup plus petite que la longueur du fil.

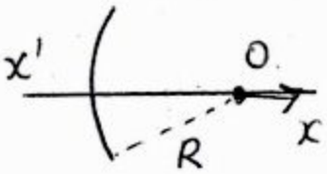
Exercice 4

Soit un arc de cercle de centre O, de rayon R, vu du point O sous un angle $2\alpha = \frac{2\pi}{3}$ et chargé uniformément avec une densité linéique λ_0

1/ En étudiant la symétrie électrostatique du système déterminer la direction du champ $\vec{E}$ en un point de l'axe x'x

2/ Calculer le champ et le potentiel au point O

3/ En déduire le champ et le potentiel créés en son centre par un cercle uniformément chargé



4/ Quelle force exercerait sur l'arc une charge q placée en O

Exercice 5

Un fil circulaire en forme d'anneau de rayon R possède une charge totale +Q repartie d'une manière uniforme (figure 1)

1/ Déterminer le potentiel en un point P situé sur son axe à la distance x de son centre

2/ De la relation $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V$, déterminer l'intensité et la direction du champ électrique $\vec{E}$ au point P

3/ Déduire l'intensité du champ E créé en M par 2 anneaux de même axe Ox, de même rayon R et portant chacune une charge +Q repartie de façon uniforme (fig 2)

fig 1

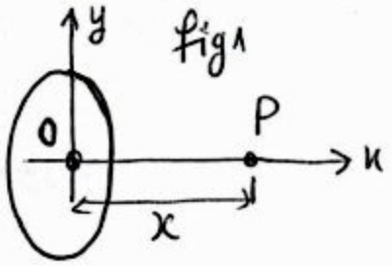
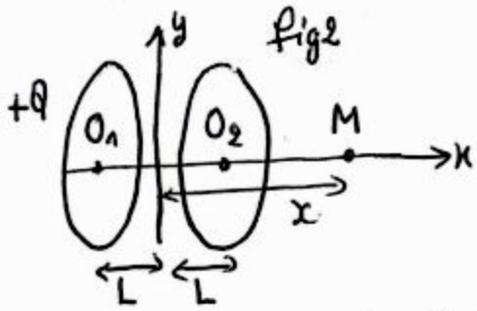


fig 2



Exercice 6

On considère un disque de centre O et de rayon R chargé avec une densité de charge $\sigma > 0$. Soit (Ox) un axe perpendiculaire en O au disque

1/ Calculer en fonction de x le potentiel V(x) en tout point de l'axe Ox (On distinguera $x<0$ et $x>0$)

2/ En déduire en fonction de x le champ électrostatique $\vec{E}$ sur l'axe Ox y-a-t-il continuité pour $x=0$

3/ Tracer les courbes V(x) et E(x)

Exercice 7

Un segment F_1F_2, porté par son axe Ox, est chargé avec une densité linéique uniforme ($\lambda > 0$). O étant le milieu de $F_1F_2 = 2a$

1/ Exprimer le champ et le potentiel en un point $M(x_0, 0)$ sur Ox avec $x_0 > a$

2/ Exprimer le champ et le potentiel en un point $N(0, y_0)$ sur $(Oy) \perp$ à (Ox)

3/ Exprimer le potentiel en un point $P(x_0, y_0)$ quelconque du plan xOy en fonction de x_0 et y_0 (On donne $\int \frac{du}{\sqrt{1+u^2}} = \ln(u + \sqrt{1+u^2})$)

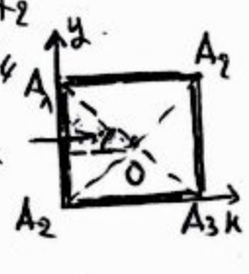
Exercice 8

Deux charges électrostatiques positives sont réparties uniformément avec la densité linéique λ sur 2 segments A_1A_2 et A_1A_4 perpendiculaires entre eux et de même longueur a.

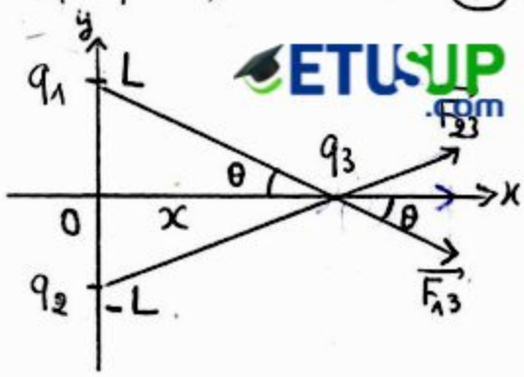
1/ Calculer le champ électrostatique $\vec{E}(O)$ créé en O par le segment A_1A_2

2/ En déduire le champ $\vec{E}_T(O)$ créé en O par les 2 segments A_1A_2 et A_1A_4

3/ Déterminer le champ électrostatique $\vec{E}(O)$ créé au point O par le carré $A_1A_2A_3A_4$ uniformément chargé



ETUSUP .com



Exercice 1

$q_1 = q_2 = 2\mu C = 2.10^{-6} C$; $q_3 = 3.10^{-6} C$; $r = \sqrt{L^2+x^2}$

$$F_{13} = F_{23} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_3}{r^2} = \frac{6.10^{-12}}{4\pi\varepsilon_0 (L^2+x^2)}$$

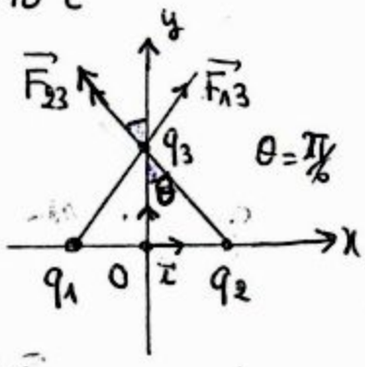
$\vec{F_{13}} = F_{13}\cos\theta\,\vec{i} - F_{13}\sin\theta\,\vec{j}$

$\vec{F_{23}} = F_{23}\cos\theta\,\vec{i} + F_{23}\sin\theta\,\vec{j}$ d'où $\vec{F}$

$$\vec{F} = \vec{F_{13}} + \vec{F_{23}} = 2F_{13}\cos\theta\,\vec{i} = \frac{3.10^{-12}}{\pi\varepsilon_0(L^2+x^2)}\cdot\frac{x}{\sqrt{L^2+x^2}}\vec{i} = \frac{3.10^{-12}.x}{\pi\varepsilon_0(L^2+x^2)^{3/2}}\vec{i}$$

Exercice 2

1/ $q_1 = 2\mu C = 2.10^{-6} C$; $q_2 = 3\mu C = 3.10^{-6} C$ $q_3 = 4.10^{-6} C$



$$F_{13} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_3}{r_1^2} = \frac{8.10^{-12}}{4\pi\varepsilon_0(0,20)^2} = \frac{10^{-10}}{2\pi\varepsilon_0}$$

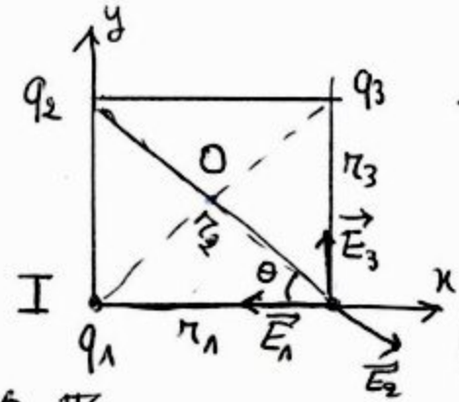
$$F_{23} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2 q_3}{r_2^2} = \frac{12.10^{-12}}{4\pi\varepsilon_0(0,20)^2} = \frac{3.10^{-10}}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$\vec{F_{13}} = F_{13}\cos\theta\,\vec{i} + F_{13}\sin\theta\,\vec{j} = \frac{10^{-10}\sqrt{3}}{4\pi\varepsilon_0}\vec{i} + \frac{10^{-10}}{4\pi\varepsilon_0}\vec{j}$$

$$\vec{F_{23}} = -F_{23}\cos\theta\,\vec{i} + F_{23}\sin\theta\,\vec{j} = -\frac{3\sqrt{3}.10^{-10}}{8\pi\varepsilon_0}\vec{i} + \frac{3.10^{-10}}{8\pi\varepsilon_0}\vec{j}$$

$$\vec{F} = \vec{F_{13}} + \vec{F_{23}} = \frac{-\sqrt{3}.10^{-10}}{8\pi\varepsilon_0}\vec{i} + \frac{5.10^{-10}}{8\pi\varepsilon_0}\vec{j}$$

2/ $q_1 = -4\mu C = -4.10^{-6} C$; $q_2 = 8.10^{-6} C$; $q_3 = -5.10^{-6} C$



$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1|}{r_1^2} = \frac{4.10^{-6}}{4\pi\varepsilon_0(0,3)^2} = \frac{10^{-4}}{9\pi\varepsilon_0}$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_2^2} = \frac{8.10^{-6}}{4\pi\varepsilon_0(0,3\sqrt{2})^2} = \frac{10^{-4}}{9\pi\varepsilon_0}$$

$$E_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_3|}{r_3^2} = \frac{5.10^{-6}}{4\pi\varepsilon_0(0,3)^2} = \frac{5.10^{-4}}{36.\pi\varepsilon_0}$$

$\theta = \pi/4$

$r_1 = r_3 = 0,3\,m$

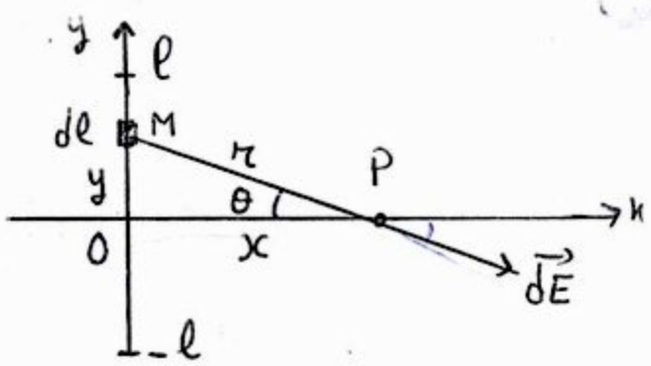
$r_2 = \sqrt{r_1^2+r_3^2} = 0,3.\sqrt{2}$

$$\vec{E_1} = -E_1\vec{i} = \frac{-10^{-4}}{9\pi\varepsilon_0}\vec{i} \quad ; \quad \vec{E_2} = \cos\theta.E_2\vec{i} - \sin\theta\,E_2\vec{j} = \frac{-\sqrt{2}.10^{-4}}{18\pi\varepsilon_0}(\vec{i}-\vec{j})$$

$$\vec{E_3} = E_3\vec{j} = \frac{5.10^{-4}}{36\pi\varepsilon_0}\vec{j} \quad \text{d'où} \quad \vec{E} = \vec{E_1}+\vec{E_2}+\vec{E_3} = \frac{10^{-4}}{36\pi\varepsilon_0}\left((2\sqrt{2}-4)\vec{i} + (5-2\sqrt{2})\vec{j}\right)$$

. La force exercée sur 1 charge de $q_4 = 6\mu C$ est $\vec{F} = q_4\vec{E} = \frac{10^{-10}}{6\pi\varepsilon_0}\left((2\sqrt{2}-4)\vec{i} + (5-2\sqrt{2})\vec{j}\right)$

Exercice 3



Posons $L = 2\ell$ la longueur du fil

(Ox) est un axe de symétrie du fil donc $\vec{E}$ est porté sur (Ox)

d'où $\vec{E} = E(x)\vec{i}$

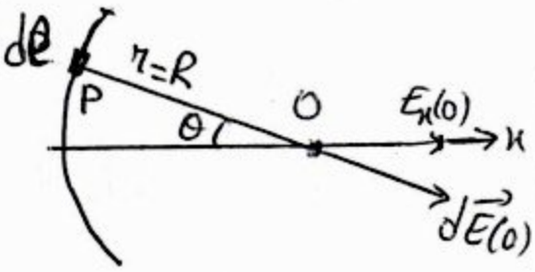
$$dE(x) = dE \cdot \cos\theta = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot \cos\theta = \frac{\lambda\, d\ell}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta = \frac{\lambda\, dy}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta$$

Or $\tan\theta = \frac{y}{x}$ d'où $y = x\tan\theta$ et $dy = x/\cos^2\theta \cdot d\theta$

et $\cos\theta = \frac{x}{r}$ d'où $dE(x) = \frac{\lambda \cdot \frac{x}{\cos^2\theta}\, d\theta \cdot \cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 \frac{x^2}{\cos^2\theta}} = \frac{\lambda\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 x}\, d\theta$

$$E(x) = \int_{-\theta_{max}}^{\theta_{max}} \frac{\lambda\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 x}\, d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\sin\theta\right]_{-\theta_{max}}^{\theta_{max}} = \frac{2\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\sin\theta_m = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\ell}{\sqrt{\ell^2+x^2}}$$

Exercice 4



1/ l'axe (x'x) est un axe de symétrie de l'arc et $O \in (arc)$ donc la direction de $\vec{E}$ est celle de l'axe (x'x) d'où $\vec{E}(0) = E_x(0)\vec{i}$

2/ $dE_x(0) = dE(0)\cdot\cos\theta = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\cos\theta}{r^2}$

$r = OP = R$; $dq = \lambda\, d\ell$ et $d\ell = R\, d\theta$

d'où $dE_x(0) = \frac{\lambda R\cos\theta \cdot d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{\lambda\cos\theta\, d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R}$

$$E_x(0) = \int dE_x(0) = \int_{-\pi/3}^{\pi/3} \frac{\lambda\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 R}\, d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\left(\sin\theta\right)_{-\pi/3}^{\pi/3} = \frac{\lambda\sqrt{3}}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

d'où $\vec{E}(0) = \frac{\lambda\sqrt{3}}{4\pi\varepsilon_0 R}\vec{i}$

Potentiel au point O : $dV(0) = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{R} = \frac{\lambda\, d\theta}{4\pi\varepsilon_0}$

$$V(0) = \int dV(0) = \int_{-\pi/3}^{\pi/3} \frac{\lambda\, d\theta}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\theta\right]_{-\pi/3}^{\pi/3} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{\lambda}{6\varepsilon_0}$$

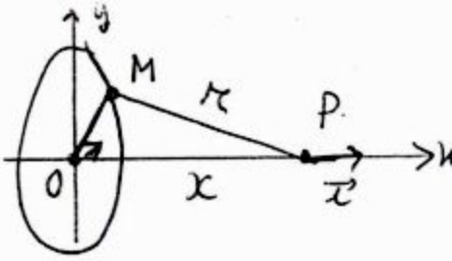
3/ les 3 arcs $\widehat{AB}$, $\widehat{AC}$ et $\widehat{BC}$ créent au point O des champs d'intensité E_1, E_2, E_3 égales et de direction respectivement celles de (OC) ; (OA) et (OB)

$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} + \vec{E_3} = \frac{\lambda\sqrt{3}}{4\pi\varepsilon_0 R}\left(\frac{\vec{OC}}{OC} + \frac{\vec{OA}}{OA} + \frac{\vec{OB}}{OB}\right) = \vec{0}$ car O est centre de gravité du triangle ABC ; ($OA = OB = OC$ et $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{0}$)

$V = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{\lambda}{6\varepsilon_0} + \frac{\lambda}{6\varepsilon_0} + \frac{\lambda}{6\varepsilon_0} = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0}$ 4/ $\vec{F} = q\vec{E} = \frac{\lambda q\sqrt{3}}{4\pi\varepsilon_0 R}\vec{i}$

ETUDUP .com

Exercice 5



1/ $dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r}$ potentiel élémentaire

On a : $r = MP = Cte = \sqrt{x^2+R^2}$

d'où $V = \int dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}}\int dq = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}}$

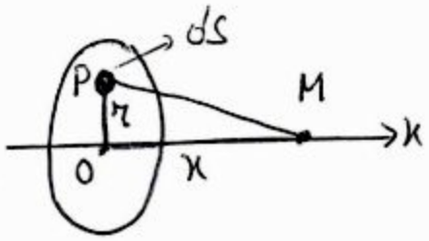
2/ L'axe (Ox) est un axe de symétrie de la distribution et $P \in (Ox)$ donc $\vec{E}(P)$ a la direction de (Ox) c'est $\vec{E}(P) = E_x(P)\vec{x}$

Or $\vec{E} = -\text{grad}\, V \Rightarrow E_x(P) = -\frac{\partial V_x}{\partial x} = -\frac{\partial V}{\partial x}\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}(x^2+R^2)^{-1/2}\right)$

$$E_x(P) = \frac{xQ}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}} \quad \text{et} \quad \vec{E}(P) = \frac{xQ}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}\vec{x}$$

3/ $\vec{E}(M) = \vec{E_1}(M) + \vec{E_2}(M) = \left[\frac{Q(x+\frac{L}{2})}{4\pi\varepsilon_0\left((x+\frac{L}{2})^2+R^2\right)^{3/2}} + \frac{Q(x-\frac{L}{2})}{4\pi\varepsilon_0\left((x-\frac{L}{2})^2+R^2\right)^{3/2}}\right]\vec{x}$

Exercice 6



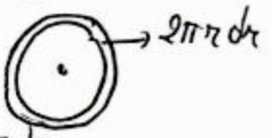
1/ $dV(x) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{PM} = \frac{\sigma dS}{4\pi\varepsilon_0 . PM} = \frac{\sigma . r\,dr\,d\theta}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{r^2+x^2}}$

$$V(x) = \iint_S \frac{\sigma r\,dr\,d\theta}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{r^2+x^2}} = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{2\pi} d\theta \cdot \int_0^R \frac{r}{\sqrt{r^2+x^2}}\,dr$$

$$= \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\left[\theta\right]_0^{2\pi}\left[\sqrt{r^2+x^2}\right]_0^R = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+x^2} - \sqrt{x^2}\right) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+x^2} - |x|\right)$$

2ème méthode : Soit S une surface de centre O, de rayon r alors $S = \pi r^2$

d'où $dS = 2\pi r\,dr$ (surface d'une couronne élémentaire



Alors $dV(x) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{PM} = \frac{\sigma dS}{4\pi\varepsilon_0 PM} = \frac{2\pi r\,\sigma\,dr}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+r^2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\frac{r\,dr}{\sqrt{x^2+r^2}}$

$$V(x) = \int dV(x) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^R \frac{r\,dr}{\sqrt{x^2+r^2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{x^2+r^2}\right]_0^R = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{x^2+R^2} - |x|\right)$$

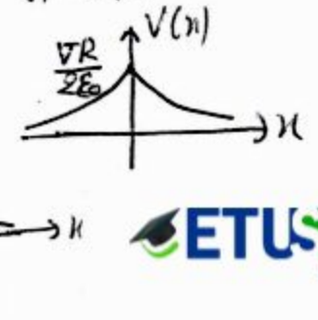
2/ $\vec{E} = -\text{grad}\, V$; $\vec{E}$ est porté sur (Ox) ((Ox) axe de symétrie)

$\vec{E} = E_x\vec{x}$, $E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = \begin{cases} -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}} - 1 & \text{si } x>0 \\ \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}} + 1 & \text{si } x<0 \end{cases}$

$\lim_{0^+} E(x) = -1$ et $\lim_{0^-} E(x) = +1$

les limites sont différentes donc $E(x)$ n'est pas continue à l'origine

3/



ETUDUP.com

Exercice 7

1/ (Ox) est un axe de symétrie du segment passant par M donc $\vec{E}(M) = E(x_0)\vec{i}$

On a : $dq = \lambda\, dl = \lambda\, dx$ et $dE(x_0) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, dx}{(x_0-x)^2}$

d'où $E(x_0) = \int_{-a}^{a} dE(x_0) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-a}^{a}\frac{dx}{(x_0-x)^2} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{x_0-x}\right]_{-a}^{a} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{x_0-a}-\frac{1}{x_0+a}\right)$

Ainsi $\vec{E}(M) = \frac{2a\lambda}{4\pi\varepsilon_0(x_0^2-a^2)}\vec{i}$

Calcul de V(M)

1° méthode : directe : $dV(M) = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{\lambda\, dx}{4\pi\varepsilon_0(x_0-x)}$

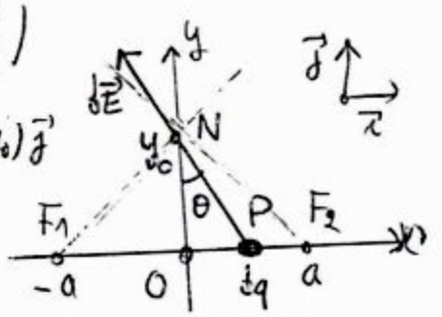
$V(M) = \int_{-a}^{a}\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dx}{x_0-x} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\ln(x_0-x)\right]_{-a}^{a} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{x_0+a}{x_0-a}\right)$

2° méthode : On utilise $\vec{E}(M) = -\overrightarrow{grad}\, V(M)$

On a $E(x_0) = -\frac{\partial V}{\partial x_0} \Rightarrow V(x) = -\int E(x_0)\, dx_0 = -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{1}{x_0-a}-\frac{1}{x_0+a}\, dx_0$

$V(x) = -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\ln(x_0-a)-\ln(x_0+a)\right] = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{x_0+a}{x_0-a}\right)$

2/ (Oy) est un axe de symétrie et $N \in (Oy)$ donc $\vec{E}(N) = E(y_0)\vec{j}$



• Calcul de $V(y_0)$

$dV(y_0) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, dl}{\sqrt{y_0^2+x^2}} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dx}{\sqrt{y_0^2+x^2}}$

$V(y_0) = \int_{-a}^{a}\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dx}{\sqrt{x^2+y_0^2}} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\ln\left(x+\sqrt{x^2+y_0^2}\right)\right]_{-a}^{a}$

$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left(\ln\left(a+\sqrt{a^2+y_0^2}\right)-\ln\left(-a+\sqrt{a^2+y_0^2}\right)\right) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left(\ln\frac{a+\sqrt{a^2+y_0^2}}{-a+\sqrt{a^2+y_0^2}}\right)$

• Calcul de $E(y_0)$:

1° méthode $\vec{E}(y_0) = -\overrightarrow{grad}\, V(y_0) \Rightarrow E(y_0) = -\frac{\partial V(y_0)}{\partial y_0} = -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\frac{y_0}{\sqrt{a^2+y_0^2}}}{a+\sqrt{a^2+y_0^2}}-\frac{\frac{y_0}{\sqrt{a^2+y_0^2}}}{-a+\sqrt{a^2+y_0^2}}\right)$

$= -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{y_0}{\sqrt{a^2+y_0^2}}\left(\frac{-2a}{a^2+y_0^2-a^2}\right) = \frac{2\lambda a}{4\pi\varepsilon_0 y_0\sqrt{a^2+y_0^2}}$

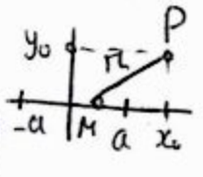
2° méthode : $dE(y_0) = \frac{\lambda\, dx}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta$

$x = y_0\tan\theta \Rightarrow dx = y_0/\cos\theta\cdot d\theta$ et $r = \frac{y_0}{\cos\theta} \Rightarrow dE(y_0) = \frac{\lambda\cos\theta\, d\theta}{4\pi\varepsilon_0 y_0}$

d'où $E(y_0) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 y_0}\int_{-\theta_{max}}^{\theta_{max}}\cos\theta\, d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 y_0}\left[\sin\theta\right]_{-\theta_{max}}^{\theta_{max}} = \frac{2\lambda\sin\theta_{max}}{4\pi\varepsilon_0 y_0} = \frac{2\lambda}{4\pi\varepsilon_0 y_0}\cdot\frac{a}{\sqrt{a^2+y_0^2}}$

3/ $dV = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r} = \frac{\lambda\, dx}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{y_0^2+(x_0-x)^2}}$; $V = \int_{-a}^{a}\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dx}{\sqrt{y_0^2+(x_0-x)^2}} =$

$= -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\ln\left((x_0-x)+\sqrt{y_0^2+(x_0-x)^2}\right)\right]_{-a}^{a} = -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{x_0-a+\sqrt{y_0^2+(x_0-a)^2}}{x_0+a+\sqrt{y_0^2+(x_0+a)^2}}\right)$



et encore plus..